

Д/з 1 для групп Д2-01, Д2-02, Д2-03, Д2-04

1) Вычислить производную  $y'$  для функций:

$$\text{а) } y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \quad \left( y' = -\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4} \right),$$

$$\text{б) } y = \sqrt{1+2x} \quad \left( y' = \frac{1}{\sqrt{1+2x}} \right),$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 3x - \operatorname{ctg} 3x \quad \left( y' = \frac{12}{\sin^2 6x} \right),$$

$$\text{г) } y = \ln \frac{x-2}{x+2} \quad \left( y' = \frac{4}{x^2-4} \right),$$

$$\text{д) } y = 2^{\cos^2 x} \quad \left( y' = -2^{\cos^2 x} \sin(2x) \ln 2 \right),$$

$$\text{е) } y = (x^2 + 2x + 2)e^{-x} \quad \left( y' = -x^2 e^{-x} \right),$$

$$\text{ж) } y = \arcsin \sqrt{x} \quad \left( y' = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}} \right).$$

2) Вычислить производную  $y''$  для функций:

$$\text{а) } y = x^5 - x^{10}, \quad \left( y'' = 20x^3 - 90x^8 \right),$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{x^5}, \quad \left( y'' = \frac{30}{x^7} \right),$$

$$\text{в) } y = e^{-x^2} \quad \left( y'' = (4x^2 - 2)e^{-x^2} \right),$$

3) Дать определения  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ .

(Указание: см. лекции прошлого семестра.)

4) Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+2)(5n^3+4)}{(n^2+10)(1-2n^2)} \quad \left( = -\frac{15}{2} \right),$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 5 \cdot 4^n}{5^{n+2} - 4} \quad \left( = \frac{1}{25} \right),$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3 \cdot 2^n \cdot 5^n + 2^{3n+1}}{10^{n+2} + 700 \cdot 3^{2n}} \quad (= 0,03),$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + n^2} \quad \left( = \frac{9}{2} \right),$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2} \right) \quad \left( = -\frac{1}{2} \right),$$

$$\text{е) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{\sqrt{x+6} - 3} \quad (= 3),$$

$$\text{ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} - \sqrt{1-ax}}{x} \quad (= a).$$