

Д/з 10 для групп Д2-01, Д2-02, Д2-03, Д2-04

1) Найти асимптоты к графикам функций:

$$\text{а) } y = \frac{5 - 2x}{x + 2}; \quad \text{б) } y = \frac{(x - 3)^3}{x^2}; \quad \text{в) } y = \frac{(x - 3)^3}{x^2 - 9}.$$

Ответы:

- а) $x = -2$ — в. а., $y = -2$ — г. а.;
б) $x = 0$ — в. а., $y = x - 9$ — н. а.;
в) $x = -3$ — в. а., $y = x - 9$ — н. а.

2) Построить с подробным исследованием графики функций:

$$\text{а) } y = \frac{x^2}{x - 1}; \quad \text{б) } y = e^{-x^2}; \quad \text{в) } y = 2 \operatorname{arctg} x - x.$$

Указания:

а) $x_1 = 0$ — т. лок. макс., $x_2 = 2$ — т. лок. мин., $x = 1$ — в. а., $y = x + 1$ — н. а., при переходе через $x = 1$ меняется направление выпуклости;

б) $x_0 = 0$ — т. лок. макс., $x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ — т. перегиба, $y = 0$ — г. а.;

в) $x_1 = -1$ — т. лок. мин., $x_2 = 1$ — т. лок. макс., $x_3 = 0$ — т. перегиба,
 $x = \pi - x$ — н. а. при $x \rightarrow +\infty$, $x = -\pi - x$ — н. а. при $x \rightarrow -\infty$.

3) Найти прямоугольник максимальной площади, вписанный в полукруг радиуса единица. (Основание прямоугольника лежит на диаметре.)

Ответ: $S_{\max} = 1 \text{ ед}^2$ при $a = \sqrt{2}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4) Найти прямоугольник максимального периметра, вписанный в полукруг радиуса единица. (Основание прямоугольника лежит на диаметре.)

Ответ: $P_{\max} = 2\sqrt{5}$ при $a = \frac{4}{\sqrt{5}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{5}}$.