

Д/з 12 для групп Д2–01, Д2–02, Д2–03, Д2–04

1) Раскрыть неопределенности по правилу Лопиталя:

$$\text{а)} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin x^5)}{\ln x} \quad (= 5); \quad \text{б)} \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{e^{2x} - 1 - 2xe^x}{\sin x - x} \right] \quad (= -2).$$

2) Построить график с подробным исследованием: $y = x + e^{-x}$.

Указание: $x = 0$ — т. мин.; функция выпукла вниз; $y = x$ — н. а. при $x \rightarrow +\infty$.

3) Выучить таблицу основных неопределенных интегралов (обязательно!).

4) Найти неопределенные интегралы:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} \int (2x - 3)^7 dx, & \text{б)} \int \sqrt{3x + 2} dx, & \text{в)} \int x\sqrt{x^2 + 9} dx, & \text{г)} \int \frac{x dx}{9x^2 + 1}, \\ \text{д)} \int e^{2x+5} dx, & \text{е)} \int xe^{x^2} dx, & \text{ж)} \int (2^x + 3^x) dx, & \text{з)} \int (2^x + 3^x)^2 dx, \\ \text{и)} \int \sin 3x dx, & \text{к)} \int x \cos x^2 dx, & \text{л)} \int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x}, & \text{м)} \int \frac{dx}{\sin x}, \\ \text{н)} \int xe^{-x} dx, & \text{o)} \int (2x + 1)e^x dx, & \text{п)} \int x \sin x dx, & \text{п)} \int x \cos 2x dx, \\ \text{c)} \int x^2 \ln x dx, & \text{т)} \int (\ln x)^2 dx. \end{array}$$

Ответы: а) $\frac{1}{16}(2x - 3)^8 + C$, б) $\frac{2}{9}(3x + 2)^{3/2} + C$, в) $\frac{1}{3}(x^2 + 9)^{3/2} + C$, г) $\frac{1}{18}\ln(9x^2 + 1) + C$,

д) $\frac{1}{2}e^{2x+5} + C$, е) $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$, ж) $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$, з) $\frac{4^x}{\ln 4} + 2\frac{6^x}{\ln 6} + \frac{9^x}{\ln 9} + C$,

и) $-\frac{1}{3}\cos 3x + C$, к) $\frac{1}{2}\sin x^2 + C$, л) $-\frac{1}{2\sin^2 x} + C$, м) $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}\right) + C = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C$,

н) $-(x + 1)e^{-x} + C$, о) $(2x - 1)e^x + C$, п) $\sin x - x \cos x + C$, п) $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$,

с) $\frac{1}{3}x^3\left(\ln x - \frac{1}{3}\right) + C$, т) $x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x + C$.