

Д/з 2 для групп Д2-01, Д2-02, Д2-03, Д2-04

1) Найти степенную асимптотику при $x \rightarrow 0$ для функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } f(x) &= 2x^2 + 4x^3 + 6x^4 & (f(x) \sim 2x^2, \quad x \rightarrow 0), \\ \text{б) } f(x) &= \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} & \left(f(x) \sim \frac{3}{x^3}, \quad x \rightarrow 0 \right), \\ \text{в) } f(x) &= \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} & (f(x) \sim 2x, \quad x \rightarrow 0). \end{aligned}$$

2) Найти степенную асимптотику при $x \rightarrow \infty$ для функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } f(x) &= 2x^2 + 4x^3 + 6x^4 & (f(x) \sim 6x^4, \quad x \rightarrow \infty), \\ \text{б) } f(x) &= \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} & \left(f(x) \sim \frac{1}{x}, \quad x \rightarrow \infty \right), \\ \text{в) } f(x) &= \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} & \left(f(x) \sim -\frac{2}{x^2}, \quad x \rightarrow \infty \right). \end{aligned}$$

3) Найти степенную асимптотику при $n \rightarrow \infty$ для последовательностей:

$$\begin{aligned} \text{а) } x_n &= \sqrt{1+n+n^2} & (x_n \sim n, \quad n \rightarrow \infty), \\ \text{б) } x_n &= \sqrt{n+3} - \sqrt{n-1} & \left(x_n \sim \frac{2}{\sqrt{n}}, \quad n \rightarrow \infty \right), \\ \text{в) } x_n &= \frac{1}{\sqrt{n+3}} - \frac{1}{\sqrt{n-1}} & \left(x_n \sim -\frac{2}{n\sqrt{n}}, \quad n \rightarrow \infty \right). \end{aligned}$$

4) Вычислить производную y' для функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= x^{10} (1-x)^{10} & (y' = 10x^9 (1-x)^9 (1-2x)), \\ \text{б) } y &= x\sqrt{9-x^2} & \left(y' = \frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}} \right), \\ \text{в) } y &= \ln \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right) & (y' = -\operatorname{ctg} x), \\ \text{г) } y &= (x^2 - 2) \sin x + 2x \cos x & (y' = x^2 \cos x), \\ \text{д) } y &= \arccos \sqrt{2-x} & \left(y' = \frac{1}{2\sqrt{(x-1)(2-x)}} \right). \end{aligned}$$

5) Вычислить производную $x^{(n)}(t)$ для функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } x(t) &= e^{-2t}, & (x^{(n)}(t) = (-1)^n 2^n e^{-2t}), \\ \text{б) } x(t) &= 2^{e^t}, & (x^{(n)}(t) = (e \ln 2)^n 2^{e^t}), \\ \text{в) } x(t) &= \frac{1}{t} & \left(x^{(n)}(t) = \frac{(-1)^n n!}{t^{n+1}} \right). \end{aligned}$$

6) Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{\sqrt[3]{x} - 1} \quad \left(= \frac{3}{4} \right).$$