

Д/з 4 для групп Д2–01, Д2–02, Д2–03, Д2–04

1) Готовиться к контрольной. Сделать все д/з. Повторить таблицы производных и основных эквивалентностей.

2) Вычислить производную y' для функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= \sqrt{x+3} + \operatorname{arctg} \sqrt{x+3} & \left(y' = \frac{x+5}{2(x+4)\sqrt{x+3}} \right); \\ \text{б) } y &= \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} + \ln \sin^2 \frac{x}{2} & \left(y' = -\operatorname{ctg}^3 \frac{x}{2} \right); \\ \text{в) } y &= \frac{1}{x} \ln \frac{1}{x} - \frac{1+x}{x} & \left(y' = \frac{1}{x^2} \ln x \right). \end{aligned}$$

3) Найти степенные асимптотики для величин:

$$\begin{aligned} \text{а) } f(x) &= \sqrt{2+x} - \sqrt{2-x} \text{ при } x \rightarrow 0 & \left(f(x) \sim \frac{x}{\sqrt{2}}, \quad x \rightarrow 0 \right); \\ \text{б) } g(x) &= 2 - \sqrt[6]{64+x^6} \text{ при } x \rightarrow 0 & \left(g(x) \sim -\frac{x^6}{192}, \quad x \rightarrow 0 \right); \\ \text{в) } H(p) &= \ln \frac{p^2-1}{p^2+1} \text{ при } p \rightarrow \infty & \left(H(p) \sim -\frac{2}{p^2}, \quad p \rightarrow \infty \right); \\ \text{г) } x_n &= \sqrt[n]{8} - 1 \text{ при } n \rightarrow \infty & \left(x_n \sim \frac{3 \ln 2}{n}, \quad n \rightarrow \infty \right); \\ \text{д) } y_n &= \operatorname{ctg} \frac{1}{n} \text{ при } n \rightarrow \infty & (y_n \sim n, \quad n \rightarrow \infty). \end{aligned}$$

4) Вычислить пределы:

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2} \right)^{1/x} & \quad (= \sqrt{e}); & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x-1} \right)^x & \quad (= e^{-4}); \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\ln \cos 5x} & \quad \left(= \frac{9}{25} \right); & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos x}{(\pi - 2x)} & \quad \left(= \frac{1}{2} \right); \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} & \quad \left(= \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

5) Сравнить при помощи символа « o » величины:

$$\begin{aligned} \text{а) } f(x) &= \sqrt{x\sqrt{x}} \text{ и } g(x) = \sqrt{x} \text{ при } x \rightarrow 0+; \\ \text{б) } f(x) &= \frac{1}{x^5} \text{ и } g(x) = \frac{1}{x^6} \text{ при } x \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Ответы: а) $f(x) = o(g(x))$ при $x \rightarrow 0+$; б) $g(x) = o(f(x))$ при $x \rightarrow \infty$.