Д/з 9 для групп Д2–01, Д2–02, Д2–03, Д2–04

1) Построить с подробным исследованием графики функций:

а) $y = (x+1)^2\,(x-2)$; б) $y = (3-x)\sqrt{x}$; в) $y = \ln(x^2 - 4x + 5)$.

Указания:

а) $x_1 = -1$ — т. лок. макс., $x_2 = 1$ — т. лок. мин., $x_3 = 0$ — т. перегиба;

б) $x_0 = 1$ — т. максимума, функция всюду выпукла вверх;

в) $x_0 = 2$ — т. минимума, $x_1 = 1$ и $x_2 = 3$ — т. перегиба.

2) Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - x^6$ на отрезке $[0,1]$.

Ответ: $f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = \frac{1}{4}$ — максимум функции; $f(0) = f(1) = 0$ — минимум.

3) Подобрать значение $a \in \mathbf{R}$ так, чтобы в точке $x_0 = 0$ касательная к графику функции $f(x) = x + e^{-ax}$ была перпендикулярна прямой $y = x$.

Ответ: $a = 2$.

4) Записать формальный дифференциал для следующих функций:

а) $y_1 = \operatorname{tg} 2x$, $y_2 = \ln\left(x + \sqrt{x^2+9}\right)$, $y_3 = \dfrac{(x+1)^{50}}{50!}$;

б) $y_1 = u^3 + v^3$, $y_2 = e^{uv}$, $y_3 = \sqrt{\dfrac{u}{v}}$.

Здесь u, v — заданные функции от x.

Ответы:

а) $dy_1 = \dfrac{2dx}{\cos^2 2x}$, $dy_2 = \dfrac{dx}{\sqrt{x^2+9}}$, $dy_3 = \dfrac{(x+1)^{49}\,dx}{49!}$;

б) $dy_1 = 3u^2\,du + 3v^2\,dv$, $dy_2 = e^{uv}(u\,dv + v\,du)$, $dy_3 = \dfrac{v\,du - u\,dv}{2v\sqrt{uv}}$.