

Занятие 1 для групп Д2–01, Д2–02, Д2–03, Д2–04

Тема: элементарные производные и пределы (повторение)

1) Правила дифференцирования и таблица производных от основных элементарных функций.

2) Вычислить производную y' для функций:

$$y = \frac{x}{7} + \frac{7}{x} + \frac{x^2}{4} + \frac{4}{x^2}, \quad y = \sqrt{x}(x^2 + 1), \quad y = \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 x, \quad y = \arctg \sqrt{x-3},$$

$$y = 2^{x^2}, \quad y = \frac{1}{3^x}, \quad y = \frac{x}{4x}, \quad y = 3^{\sin(1-x)}, \quad y = xe^{\sqrt{x}}, \quad y = a^x x^a.$$

3) Вычислить производные y' , y'' , y''' для функций:

$$y = (x-3)^{10}, \quad y = \frac{x-3}{x+3}, \quad y = \sin^2 x, \quad y = xe^{3x}.$$

4) Дать определения $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \neq 0$.

5) Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)(3n+2)}{(n+10)(7n+1)} \quad \left(= \frac{6}{7} \right),$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+3n^2)(6+7n^6)}{(1+n+n^2+n^3)(4+5n^5)} \quad \left(= \frac{21}{5} \right),$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2} \quad (= 3),$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n+4\sqrt{n+1}} - \sqrt{n+1} \right) \quad (= 2),$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x} \quad (= 0),$$

$$\text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) \quad (= -1),$$

$$\text{ж) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6} \quad \left(= \frac{1}{4} \right),$$

$$\text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x} \quad \left(= \frac{2}{3} \right).$$

6) Доказать, что $\sqrt{2}$ — иррациональное число.