

Занятие 10 для групп Д2–01, Д2–02, Д2–03, Д2–04

Тема: асимптоты, построение графиков с асимптотами

I. Если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$, то $x = a$ — вертикальная асимптота (в. а.) для Γ_f .

II. Если $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$, то $y = b$ — горизонтальная асимптота (г. а.) для Γ_f .

III. Если $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - kx - b] = 0$, то $y = kx + b$ — наклонная асимптота (н. а.) для Γ_f .

Формулы коэффициентов наклонной асимптоты:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - kx].$$

Задачи

1) Найти асимптоты к графикам функций:

$$\text{а) } y = \frac{3-x}{2-x}; \quad \text{б) } y = \frac{(x+1)^3}{x^2}; \quad \text{в) } y = \frac{(x+1)^3}{x^2-1}.$$

Ответы:

а) $x = 2$ — в. а., $y = 1$ — г. а.;

б) $x = 0$ — в. а., $y = x + 3$ — н. а.;

в) $x = 1$ — в. а., $y = x + 3$ — н. а.

2) Построить с подробным исследованием графики функций:

$$\text{а) } y = \frac{x^3}{2(x-1)^2}; \quad \text{б) } y = x - \frac{1}{2x^2}.$$

Указания:

а) $x_1 = 3$ — т. лок. мин., $x_2 = 0$ — т. перегиба, $x = 1$ — в. а., $y = \frac{x}{2} + 1$ — н. а.;

б) $x_0 = -1$ — т. лок. макс., $x = 0$ — в. а., $y = x$ — н. а.

3) Найти асимптоты графика, заданного неявным уравнением $y^2 - x^2 = 1$. Изобразить указанный график на плоскости (x, y) .

Ответ: $y = \pm x$ — асимптоты.