

## Занятие 4 для групп Д2–01, Д2–02, Д2–03, Д2–04

### Повторение: производные, пределы, асимптотики

1) Вычислить производную  $y'$  для функций:

а)  $y = 5^{\operatorname{tg}^2(7x)} - \operatorname{tg}(7x^5)$  (без упрощения);

б)  $y = \ln(1 + \sqrt{x+4}) - \sqrt{x+4}$  (с упрощением);

в)  $y = x\sqrt{9-x^2} + 9 \arcsin \frac{x}{3}$  (с упрощением).

2) Найти степенные асимптотики для величин:

а)  $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}} - \sqrt{1 - \sqrt{x}}$  при  $x \rightarrow 0$  ( $f(x) \sim \sqrt{x}$ ,  $x \rightarrow 0$ );

б)  $g(x) = \sqrt[4]{16+x} - 2$  при  $x \rightarrow 0$  ( $g(x) \sim \frac{x}{32}$ ,  $x \rightarrow 0$ );

в)  $H(p) = \ln \frac{p+2}{p-2}$  при  $p \rightarrow \infty$  ( $H(p) \sim \frac{4}{p}$ ,  $p \rightarrow \infty$ );

г)  $x_n = \sqrt[n]{10} - 1$  при  $n \rightarrow \infty$  ( $x_n \sim \frac{\ln 10}{n}$ ,  $n \rightarrow \infty$ );

д)  $y_n = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}\right)$  при  $n \rightarrow \infty$  ( $y_n \sim \frac{n}{\pi}$ ,  $n \rightarrow \infty$ ).

3) Вычислить пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{2x-1}\right)^x$  ( $= 0$ );

б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^x$  ( $= e$ );

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+2x}{1-2x}\right)^{1/x}$  ( $= e^4$ );

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x + \cos 2x)^{1/x}$  ( $= e^2$ );

д)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(x - \pi)^2}$  ( $= \frac{1}{2}$ );

е)  $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{1}{10-x} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{10}$  ( $= -\frac{\pi}{10}$ );

ж)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[n]{3} - 1\right)$  ( $= \ln 3$ ).

4) Вычислить производную  $y^{(n)}$  для функций:

а)  $y = \cos x$ ; б)  $y = \frac{1}{x(1-x)}$ ; в)  $y = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ .

Ответы: а)  $\cos\left(x + \frac{\pi n}{2}\right)$ ; б)  $n! \left(\frac{(-1)^n}{x^{n+1}} + \frac{1}{(1-x)^{n+1}}\right)$ ;

в)  $\frac{(2n-1)!}{2^{2n-1}(n-1)!} \cdot (1-x)^{-\frac{2n+1}{2}}$ .