

Вопросы к экзамену по курсу ДУ для К-5

- 1) Краевые задачи. Классические краевые операторы. Задача Штурма–Лиувилля. Пример: решить задачу Штурма–Лиувилля для уравнения $y'' + \lambda y = 0$ с краевыми условиями первого рода.
- 2) Классическая область определения оператора Штурма–Лиувилля. Симметричность оператора Штурма–Лиувилля.
- 3) Действительность собственных значений оператора Штурма–Лиувилля.
- 4) Простота собственных значений оператора Штурма–Лиувилля.
- 5) Действительность собственных функций оператора Штурма–Лиувилля.
- 6) Лемма о диссипативности.
- 7) Неотрицательность собственных значений оператора Штурма–Лиувилля. Предел последовательности собственных значений.*
- 8) Ортогональность собственных функций оператора Штурма–Лиувилля.
- 9) Теорема Стеклова.* Пример: разложить функцию в ряд по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля.
- 10) Ряд Фурье в гильбертовом пространстве. Минимизирующее свойство коэффициентов Фурье.
- 11) Ряд Фурье в гильбертовом пространстве. Неравенство Бесселя. Связь с равенством Парсеваля.
- 12) Ряд Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.
- 13) Функция Грина краевой задачи. Теорема о существовании функции Грина: шаг 1 (построение специальной ФСР).
- 14) Функция Грина краевой задачи. Теорема о существовании функции Грина: шаг 2 (построение функции Грина).
- 15) Функция Грина краевой задачи. Теорема о единственности функции Грина.
- 16) Теорема Гильберта.
- 17) Симметричность функции Грина.

- 18) Уравнение Вольтерры II-го рода. ТСЕ решения. Метод последовательных приближений.
- 19) Уравнение Вольтерры II-го рода. Резольвента.
- 20) Уравнение Фредгольма II-го рода. Резольвента.
- 21) Уравнение Фредгольма II-го рода с вырожденным ядром. Эквивалентность СЛАУ. Следствия.
- 22) Норма интегрального оператора.
- 23) Альтернатива Фредгольма (общий случай).
- 24) Уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром. Симметричность оператора.
- 25) Уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром. Действительность характеристических значений.
- 26) Уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром. Действительность и ортогональность собственных функций.
- 27) Уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром. Связь с краевой задачей.
- 28) Устойчивость и асимптотическая устойчивость решения линейного ОДУ. Сведение к исследованию нулевого решения.
- 29) Устойчивые многочлены. Многочлены 1-й и 2-й степеней.
- 30) Необходимое условие устойчивости многочлена (теорема Стодолы).
- 31) Лемма о мнимых корнях многочлена третьей степени.
- 32) Лемма о прохождении коэффициентов многочлена третьей степени через равенство $ab = c$.
- 33) Критерий Вышнеградского: необходимость.
- 34) Критерий Вышнеградского: достаточность.
- 35) Критерии Рауса–Гурвица* и Лъенара–Шипара.* Примеры.
- 36) Устойчивость и асимптотическая устойчивость решения системы ОДУ. Положения равновесия. Сведение к исследованию нулевого решения.

- 37) Устойчивость и асимптотическая устойчивость нулевого решения линейной системы ОДУ.
- 38) Устойчивость нулевого решения нелинейной системы ОДУ по первому приближению.* Пример.
- 39) Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Критерий первого интеграла.
- 40) Уравнение в частных производных 1-го порядка. Связь общего решения с первыми интегралами характеристической системы. Следствия этой связи.

Список литературы

- [1] *Антоневич А. Б., Радыно Я. В. Функциональный анализ и интегральные уравнения*// М., изд-во «Университетское», 1984.
- [2] *Васильева А. Б., Тихонов Н. А. Интегральные уравнения*// М., Физматлит, 2004.
- [3] *Карташёв А. П., Рождественский Б. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления*// М., «Наука», 1986.
- [4] *Краснов М. Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию*// М., «Наука», 1975.
- [5] *Коддингтон Э. А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений*// М., Изд-во Иностранной литературы, 1958.
- [6] *Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Функциональный анализ*// М., Физматлит, 2006.

- [7] *Лаврентьев М. А., Шабат Б.В.* **Методы теории функций комплексного переменного**// М., ФизМатЛит, 1958.
- [8] *Лизоркин П. И.* **Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа**// М., «Наука», 1981.
- [9] *Люстерник Л. А., Соболев В. И.* **Элементы функционального анализа**// М., «Наука», 1965.
- [10] *Наймарк М. А.* **Линейные дифференциальные операторы**// М., «Наука», 1969.
- [11] *Понтрягин Л. С.* **Обыкновенные дифференциальные уравнения**// М., «Наука», 1974 (1983).
- [12] *Постников М. М.* **Устойчивые многочлены**// М., «Наука», 1981 .
- [13] *Треногин В.А.* **Функциональный анализ: Учебник 3-е изд.**// М., Физматлит, 2002.
- [14] *Эльсгольц Л. Э.* **Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление**// М., «Наука», 1969.