

## Д/з 1 по УМФ для потока К-5

1. Выбрав подходящие координаты  $(s, \tau)$  привести уравнение  $u_t = a^2 u_{xx}$ ,  $0 < x < l$ ,  $t > 0$ , к более простому виду на множестве  $0 < s < 1$ ,  $\tau > 0$ .

Ответ:  $u_\tau = u_{ss}$ ,  $0 < s < 1$ ,  $\tau > 0$ , где  $s = \frac{x}{l}$ ,  $\tau = \frac{a^2}{l^2} t$ .

2. Упростить уравнение, убрав «предыдущую производную» при помощи замены неизвестной функции:

а)  $u_t = a^2 u_{xx} - cu$ , б)  $u_t = a^2 u_{xx} + ku_x$ , в)  $u_{tt} = a^2 u_{xx} + ku_x$ .

(Здесь  $a^2$ ,  $c$ ,  $k$  — числовые коэффициенты.)

Ответы: а)  $v_t = a^2 v_{xx}$ , где  $u = ve^{-ct}$ , б)  $v_t = a^2 v_{xx}$ , где  $u = ve^{-\frac{k}{2a^2}x - \frac{k^2}{4a^2}t}$ ,

в)  $v_{tt} = a^2 v_{xx} - \frac{k^2}{4a^2} v$ , где  $u = ve^{-\frac{k}{2a^2}x}$ .

3. Привести уравнение к каноническому виду и проделать дальнейшие упрощения:

а)  $2u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 4u_x + 4u_y + u = 0$  (№ 99 из [БК]);

б)  $u_{xx} - 6u_{xy} + 9u_{yy} - u_x + 2u_y = 0$  (№ 96 из [БК]).

Ответы:

а)  $v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} - 3v = 0$ , где  $u = ve^{-2\eta}$ ,  $\xi = x - y$ ,  $\eta = y$ ;

б)  $v_{\xi\xi} - v_\eta = 0$ , где  $u = ve^{\frac{\xi}{2} - \frac{\eta}{4}}$ ,  $\xi = x$ ,  $\eta = 3x + y$ .