# Д/з 8  по УМФ для потока К-5

Методом Фурье решить следующие задачи:

а) $\begin{cases} u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0, \\ u_x(0,t) = u_x(1,t) = q, \\ u(x,0) = Ax; \end{cases}$ (№ 700 из [БК])

б) $\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - xe^{-t}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0, \\ u(0,t) = u(1,t) = 0, \\ u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = 0; \end{cases}$ (№ 665 из [БК])

в) $\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(0,t) = t, \quad u_x(\pi,t) = 1, \\ u(x,0) = \sin\dfrac{x}{2}, \quad u_t(x,0) = 1. \end{cases}$ (№ 672 из [БК])

<u>Ответы</u>:

а) $$u(x,t) = qx + \frac{A-q}{2} - \frac{4(A-q)}{\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}\, e^{-(2k+1)^2\pi^2 t}\cos(2k+1)\pi x;$$

б) $$u(x,t) = 2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\pi k\,(\pi^2k^2+1)} \left(e^{-t} - \cos\pi k t + \frac{1}{\pi k}\sin\pi k t\right)\sin\pi k x;$$

в) $$u(x,t) = x + t + \cos\frac{t}{2}\,\sin\frac{x}{2} - \frac{8}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2}\,\cos\frac{(2k+1)t}{2}\sin\frac{(2k+1)x}{2} =$$

$$= x + t - \left(\frac{8}{\pi} - 1\right)\cos\frac{t}{2}\,\sin\frac{x}{2} + \frac{8}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{(2k+1)^2}\,\cos\frac{(2k+1)t}{2}\sin\frac{(2k+1)x}{2}.$$