Список экзаменационных вопросов по курсу
«Введение в математический анализ»
ИМО МИФИ, 1-й семестр, 2008/2009 уч. г.
Лектор — И. В. Тихонов

1. Понятие функции и ее графика. Явные и неявные функции. Эллипс, его уравнение и график.
2. Функция $y = |x|$. Свойства модуля. Простейшие неравенства с модулем.
3. Основные элементарные функции: линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая (определения, формулы, графики).
4. Тригонометрические функции и их графики. Основные тригонометрические соотношения. Обратные тригонометрические функции.
5. Понятие сложной функции. Обратная функция. График обратной функции. Примеры: $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$; $y = e^x$ и $y = \ln x$; $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{arctg} x$.
6. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции в алгебраической форме. Комплексное сопряжение. Деление на комплексное число.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа. Геометрический смысл умножения и деления комплексных чисел. Формула Муавра.
8. Квадратное уравнение и его корни (включая случай комплексных корней).
9. Формулы Эйлера. Их взаимосвязь. Свойства мнимой экспоненты. Показательная форма комплексного числа. Обоснование формул Эйлера при помощи степенных рядов.
10. Понятие вектора. Равенство векторов. Алгебраические операции с векторами. Коллинеарность и компланарность векторов.
11. Линейные комбинации векторов. Базис. Теорема о базисе в пространстве.
12. Ось, ее направляющий вектор, орт. Декартов базис и декартова прямоугольная система координат в пространстве. Запись векторных операций в координатах. Формула евклидова расстояния.
13. Скалярное произведение и его геометрический смысл. Формула в координатах. Алгебраические свойства скалярного произведения.
14. Проекция вектора на ось. Формула для вычисления проекции. Декартовы координаты, как проекции вектора на координатные оси. Направляющие косинусы оси. Тождество для направляющих косинусов.
15. Определители второго и третьего порядков. Формулы для вычисления определителей.
16. Основные свойства определителей третьего порядка (с необходимыми комментариями и пояснениями).
17. Правые и левые тройки векторов. Векторное произведение. Его геометрический смысл. Алгебраические свойства векторного произведения (без доказательства).
18. Таблица векторных произведений для декартова базиса. Формула векторного произведения в координатах.
19. Смешанное произведение векторов. Формула в координатах. Геометрические свойства смешанного произведения.
20. Алгебраические свойства смешанного произведения. Общее понятие о линейных функциях.
21. Плоскость в пространстве. Общее уравнение плоскости.
22. Прямая в пространстве. Параметрическое и каноническое уравнения прямой.
23. Общее уравнение прямой в пространстве. Нахождение направляющего вектора. Переход от общего уравнения прямой к параметрическому на примере прямой $l: \begin{cases} x + 2y + z + 1 = 0, \\ 2x + 3y + 4z + 5 = 0. \end{cases}$
24. Расстояние от точки до плоскости. Проекция точки на плоскость и симметричная точка.
25. Расстояние между параллельными прямыми в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Классификация взаимного расположения прямых в пространстве, исходя из их параметрических уравнений.
26. Последовательность, предел последовательности. Арифметические свойства пределов (без доказательства).
27. Предел функции. Непрерывность функции в точке и на множестве. Сохранение непрерывности при алгебраических операциях; непрерывность сложной функции (без доказательства).
28. Классификация изолированных точек разрыва. Примеры.
29. Определение производной функции в точке. Непрерывность функции, имеющей производную. Пример непрерывной функции, недифференцируемой в точке.
30. Запись производной через приращения. Понятие дифференцируемой функции. Таблица основных производных.
31. Правила дифференцирования. Производная суммы и произведения двух функций.
32. Правила дифференцирования. Производная частного. Производная сложной функции.
33. Дифференцирование функций вида $y = (f(x))^{g(x)}$. Пример: производная для $y = x^x$.