

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО КУРСУ "ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ"

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР. ЛЕКТОР А.Б.Костин. Поток ИМО, 2009 г.

I. МНОЖЕСТВА И ФУНКЦИИ

1. Понятие множества, операции над множествами. Примеры основных числовых множеств.
2. Понятие функции и ее графика. Явные и неявные функции. Функция $y = |x|$. Свойства модуля.
3. Основные элементарные функции: квадратичная, степенная, показательная (определения, формулы, графики).
4. Тригонометрические функции, их графики. Важнейшие тригонометрические соотношения.

II. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

5. Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства.
6. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Геометрический смысл линейной зависимости двух и трех векторов.
7. Определение базиса на плоскости и в пространстве. Теорема о разложимости вектора по базису. Координаты вектора и их свойства. Понятие ОНБ.
8. Угол между векторами. Проекция вектора на ось и ее свойства.
9. Скалярное произведение векторов, его свойства, выражение через декартовы координаты перемножаемых векторов. Запись длин и углов через координаты двух векторов в ОНБ.
10. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл. Условие коллинеарности двух векторов.
11. Смешанное произведение векторов, его свойства. Условие компланарности трех векторов.
12. Определители второго и третьего порядков. Запись векторного и смешанного произведения через координаты сомножителей.
13. Аффинные и декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.

III. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ, ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

14. Уравнение прямой на плоскости и плоскости в пространстве, проходящих через данную точку, перпендикулярно данному вектору.
15. Общее уравнение первого порядка на плоскости и в пространстве. Его исследование.
16. Параметрическое и каноническое уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки плоскости и уравнение с угловым коэффициентом.

17. Плоскость в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой.
18. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
19. Прямая в пространстве. Каноническое и параметрическое уравнения прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей, переход к каноническому уравнению и обратно.
20. Угол между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью. Нахождение координат проекции точки на прямую. Определение координат проекции точки на плоскость.

IV. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

21. Определение числовой последовательности и ее предела (примеры).
22. Ограниченные и неограниченные числовые последовательности. Бесконечно большие последовательности (определения и примеры).
23. Сходящиеся числовые последовательности. Арифметические свойства пределов.
24. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности, их взаимосвязь.
25. Сходящиеся числовые последовательности. Лемма об ограниченности сходящейся последовательности.
26. Понятие монотонной последовательности. Теорема Вейерштрасса о сходимости монотонной и ограниченной последовательности (б/д).
27. Понятие о методе математической индукции. Неравенство Бернулли.
28. Число ϵ как предел последовательности. Примеры пределов "типа ϵ ".

V. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

29. Предел функции. Арифметические свойства пределов (б/д). Понятие асимптотического соотношения: эквивалентные и бесконечно малые функции. Принцип замены на эквивалентные функции при вычислении пределов.
30. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
31. Замечательные пределы: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha$. Основные асимптотические соотношения.
32. Непрерывность функции в точке. Арифметические свойства непрерывных функций. Непрерывность функции на отрезке.

VI. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

33. Дифференцируемые в точке функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Пример непрерывной, но не дифференцируемой функции.
34. Правила дифференцирования .
35. Производные основных элементарных функций.