

# ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО КУРСУ "ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ"

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР. ЛЕКТОР А.Б.Костин. Поток ИМО, 2010 г.

## I. МНОЖЕСТВА И ФУНКЦИИ

1. Понятие множества, операции над множествами. Примеры основных числовых множеств.
2. Понятие функции и ее графика. Явные и неявные функции. Функция  $y = |x|$ . Свойства модуля.
3. Основные элементарные функции: квадратичная, степенная, показательная (определения, формулы, графики).
4. Тригонометрические функции, их графики. Важнейшие тригонометрические соотношения.

## II. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

5. Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства.
6. Определение базиса на плоскости и в пространстве. Теорема о разложимости вектора по базису. Координаты вектора и их свойства. Понятие ОНБ.
7. Угол между векторами. Проекция вектора на ось и ее свойства.
8. Скалярное произведение векторов, его свойства, выражение через декартовы координаты перемножаемых векторов. Запись длин и углов через координаты двух векторов в ОНБ.
9. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл. Условие коллинеарности двух векторов.
10. Смешанное произведение векторов, его свойства. Условие компланарности трех векторов.
11. Определители второго и третьего порядков. Запись векторного и смешанного произведения через координаты сомножителей.
12. Аффинные и декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.

## III. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ, ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

13. Уравнение прямой на плоскости и плоскости в пространстве, проходящих через данную точку, перпендикулярно данному вектору.
14. Общее уравнение первого порядка на плоскости и в пространстве. Его исследование.
15. Параметрическое и каноническое уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки плоскости и уравнение с угловым коэффициентом.
16. Плоскость в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой.

17. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
18. Прямая в пространстве. Каноническое и параметрическое уравнения прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей, переход к каноническому уравнению и обратно.
19. Угол между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью. Нахождение координат проекции точки на прямую. Определение координат проекции точки на плоскость.

#### IV. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

20. Определение числовой последовательности и ее предела (примеры).
21. Ограниченные и неограниченные числовые последовательности. Бесконечно большие последовательности (определения и примеры).
22. Сходящиеся числовые последовательности. Арифметические свойства пределов.
23. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности, их взаимосвязь.
24. Сходящиеся числовые последовательности. Лемма об ограниченности сходящейся последовательности.
25. Понятие монотонной последовательности. Теорема Вейерштрасса о сходимости монотонной и ограниченной последовательности (б/д).
26. Понятие о методе математической индукции. Неравенство Бернулли.
27. Число  $e$  как предел последовательности. Примеры пределов "типа  $e$ ".

#### V. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

28. Предел функции. Арифметические свойства пределов (б/д). Понятие асимптотического соотношения: эквивалентные и бесконечно малые функции. Принцип замены на эквивалентные функции при вычислении пределов.
29. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
30. Замечательные пределы:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha$ . Основные асимптотические соотношения.
31. Непрерывность функции в точке. Арифметические свойства непрерывных функций. Непрерывность функции на отрезке.

#### VI. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

32. Дифференцируемые в точке функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Пример непрерывной, но не дифференцируемой функции.
33. Правила дифференцирования.

34. Производные основных элементарных функций (с выводом):

$$f(x) = x^\alpha, f(x) = \sin(x), f(x) = a^x, f(x) = \operatorname{tg}(x).$$

35. Правила вычисления производных сложной и обратной функций. Примеры производных функций –  $f(x) = \ln(x)$ ,  $f(x) = \operatorname{arctg}(x)$ ,  $f(x) = \operatorname{arcsin}(x)$  (с выводом).

36. Понятие локального экстремума функции. Теорема Ферма.