

Экзаменационные вопросы
по курсу
«Дифференциальные уравнения»

1. Краевые задачи. Классические краевые операторы. Задача Штурма–Лиувилля. Пример: решить задачу Штурма–Лиувилля для уравнения $y'' + \lambda y = 0$ с краевыми условиями первого рода.
2. Классическая область определения оператора Штурма–Лиувилля. Симметричность оператора Штурма–Лиувилля.
3. Действительность собственных значений оператора Штурма–Лиувилля.
4. Ортогональность собственных функций оператора Штурма–Лиувилля.
5. Простота собственных значений оператора Штурма–Лиувилля.
6. Теорема Стеклова.* Пример: разложить функцию в ряд по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля.
7. Действительность собственных функций оператора Штурма–Лиувилля.
8. Лемма о диссипативности.
9. Неотрицательность собственных значений оператора Штурма–Лиувилля. Предел последовательности собственных значений.*
10. Функция Грина краевой задачи. Теорема о существовании функции Грина: шаг 1 (построение специальной ФСР).
11. Функция Грина краевой задачи. Теорема о существовании функции Грина: шаг 2 (построение функции Грина).
12. Функция Грина краевой задачи. Теорема о единственности функции Грина.
13. Теорема Гильберта.
14. Симметричность функции Грина.
15. Ряд Фурье в гильбертовом пространстве. Минимизирующее свойство коэффициентов Фурье.
16. Ряд Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсевала.
17. Ряд Фурье в гильбертовом пространстве. Неравенство Бесселя. Связь с равенством Парсевала.
18. Устойчивые многочлены. Многочлены 1-й и 2-й степеней.
19. Необходимое условие устойчивости многочлена (теорема Стодолы).
20. Устойчивость и асимптотическая устойчивость нулевого решения линейной системы ОДУ.
21. Устойчивость нулевого решения нелинейной системы ОДУ по первому приближению.* Пример.
22. Устойчивость и асимптотическая устойчивость решения системы ОДУ. Положения равновесия. Сведение к исследованию нулевого решения.
23. Устойчивость и асимптотическая устойчивость решения линейного ОДУ. Сведение к исследованию нулевого решения.
24. Уравнение Вольтерры II-го рода. ТСЕ решения. Метод последовательных приближений.
25. Уравнение Фредгольма II-го рода. Резольвента.
26. Уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром. Связь с краевой задачей.
27. Уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром. Симметричность оператора.
28. Уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром. Действительность характеристических значений.
29. Уравнение Фредгольма II-го рода с вырожденным ядром. Эквивалентность СЛАУ. Следствия.

30. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Критерий первого интеграла.
31. Уравнение в частных производных 1-го порядка. Связь общего решения с первыми интегралами характеристической системы. Следствия этой связи.
32. Функционалы, приращения, вариации.
33. Дифференцируемые функционалы. Связь определений дифференцируемости по Фреше и по Гато.
34. Основная лемма вариационного исчисления.
35. Необходимое условие экстремума функционала.