

## Вопросы к экзамену – 2007

- 1) Комплексные числа и действия над ними. Формы записи комплексного числа.
- 2) Сфера Римана. Расширенная комплексная плоскость.
- 3) Предел последовательности комплексных чисел.
- 4) Числовые ряды в  $\mathbb{C}$ .
- 5) Критерий Коши сходимости числового ряда\*. Необходимое условие сходимости.
- 6) Абсолютная сходимость числового ряда.
- 7) Функции комплексного переменного. Предел функций\*. Непрерывность\*.
- 8) Многолистность и многозначность ФКП. Область однолистности.
- 9) Функциональные ряды. Равномерная сходимость.
- 10) Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда\*.
- 11) Степенные ряды. Круг и радиус сходимости. Формула Коши–Адамара.
- 12) Равномерная сходимость степенного ряда.
- 13) Задание элементарных функций рядами. Их свойства\*.
- 14) Производная функции комплексного переменного.
- 15) Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции (условия Коши–Римана).
- 16) Аналитические функции. Понятие и свойства (одно – на выбор – с доказательством).
- 17) Гармонические функции. Сопряжённые гармонические функции.
- 18) Геометрический смысл производной функции комплексного переменного.
- 19) Конформное отображение.
- 20) Теорема Римана\*.
- 21) Принцип соответствия границ\*.
- 22) Дробно-линейная функция. Понятие и простейшие свойства.
- 23) Круговое свойство дробно-линейной функции.
- 24) Симметричное свойство дробно-линейной функции\*.
- 25) Понятие и свойства интеграла функции комплексного переменного\*.
- 26) Теорема Коши для односвязной области.
- 27) Теорема Коши для многосвязной области.
- 28) Первообразная функции комплексного переменного\*.
- 29) Интегральная формула Коши.

- 30) Аналитичность интеграла, зависящего от параметра\*.
- 31) Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
- 32) Интеграл типа Коши\*.
- 33) Теорема Лиувилля.
- 34) Теорема Морера.
- 35) Теорема о среднем для аналитической функции.
- 36) Теорема о максимуме модуля аналитической функции\*.
- 37) Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда\*.
- 38) Теорема о почленном дифференцировании функционального ряда\*.
- 39) Теорема об аналитичности суммы равномерно сходящегося ряда аналитических функций\*.
- 40) Теорема о радиусе сходимости продифференцированного степенного ряда\*.
- 41) Теорема о радиусе сходимости проинтегрированного степенного ряда\*.
- 42) Теорема об аналитичности суммы степенного ряда\*.
- 43) Вывод формулы суммы геометрической прогрессии.
- 44) Ряд Тейлора. Теорема о представлении аналитической функции рядом Тейлора.
- 45) Степенной ряд как ряд Тейлора.
- 46) Изолированные нули\* и теорема единственности аналитической функции.
- 47) Ряд Лорана. Теорема Лорана.
- 48) Единственность ряда Лорана\*.
- 49) Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана и Тейлора.
- 50) Определение и классификация изолированных особых точек.
- 51) Поведение функции в окрестности устранимой особой точки. Обратная теорема\*.
- 52) Поведение функции в окрестности полюса.
- 53) Поведение функции в окрестности существенно особой точки.
- 54) Бесконечно удалённая особая точка.
- 55) Вычет в устранимой особой точке, полюсе первого порядка, полюсе порядка  $k$ , существенно особой точке, в  $z = \infty$ .
- 56) Основная теорема о вычетах и следствие из неё.
- 57) Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.
- 58) Лемма Жордана\*.

- 59) Вычисление интегралов с помощью леммы Жордана. Интегралы вида  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{iax} f(x) dx$ .
- 60) Вычисление интегралов вида  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ .
- 61) Интегралы вида  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{iax} f(x) dx$  и  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$  с полюсами на  $\mathbb{R}^*$ .
- 62) Преобразование Лапласа и его свойства (одно – на выбор – с доказательством).
- 63) Теорема об аналитичности изображения\*.
- 64) Поведение изображения на бесконечности.
- 65) Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений.
- 66) Обращение преобразования Лапласа. Формула Меллина\*.
- 67) Применение преобразования Лапласа к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.

(Знак «\*» после вопроса означает «без доказательства».)