Занятие 11–12   для групп Д1–01, Д1–02, Д1–03, Д1–04

Тема занятия: плоскости и прямые в пространстве

913. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_1(2,\ 1,\ -1)$ и имеет нормальный вектор $\vec{n} = \{1;\ -2;\ 3\}$.

Ответ: $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

917. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(3,\ 4,\ -5)$ параллельно векторам $\vec{a}_1 = \{3;\ 1;\ -1\}$ и $\vec{a}_2 = \{1;\ -2;\ 1\}$.

Ответ: $x + 4y + 7z + 16 = 0$.

921. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки

$$M_1(3,\ -1,\ 2), \quad M_2(4,\ -1,\ -1), \quad M_3(2,\ 0,\ 2).$$

Ответ: $3x + 3y + z - 8 = 0$.

I. При каких значениях α плоскости $3x+y-z+1=0$ и $9x+3y+\alpha z+6=0$ являются **а)** параллельными? **б)** перпендикулярными?

Ответ: **а)** $\alpha = -3$; **б)** $\alpha = 30$.

II. Вычислить расстояние от точки M до плоскости:

1) $M(\ 1,\ 2,\ 3)$, $2x - y - 2z + 5 = 0$; **2)** $M(\ 3, -1, -1)$, $x + y + z + 5 = 0$.

Ответ: **1)** $1/3$; **2)** $2\sqrt{3}$.

III. Составить параметрические уравнения прямых, проходящих через точку $M_0(3,\ 2,\ 1)$ параллельно: **1)** вектору $\vec{a} = \{2;\ -1;\ 5\}$; **2)** прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+6}{0}$; **3)** прямой $x = 3t - 7$, $y = 2t + 3$, $z = -5t - 2$.

Ответ: **1)** $x = 2t+3$, $y = -t+2$, $z = 5t+1$; **2)** $x = t+3$, $y = -t+2$, $z = 1$; **3)** $x = 3t + 3$, $y = 2t + 2$, $z = -5t + 1$.

1035. Составить уравнение движения точки $M(x;\ y;\ z)$, которая, двигаясь прямолинейно и равномерно, прошла расстояние от точки $M_1(-7;\ 12;\ 5)$ до точки $M_2(9;\ -4;\ -3)$ за промежуток времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 4$.

Ответ: $x = 4t - 7$, $y = -4t + 12$, $z = -2t + 5$, $0 \leqslant t \leqslant 4$.

1011. Через точки $M_1(-6,\ 6,\ -5)$ и $M_2(12,\ -6,\ 1)$ проведена прямая. Найти точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

Ответ: $A(9,\ -4,\ 0)$, $B(3,\ 0,\ -2)$, $C(0,\ 2,\ -3)$.

1019. Составить каноническое уравнение прямой $l: \begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$

Ответ: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$. (Ответ может отличаться, если взять другую точку или другой направляющий вектор.)

IV. Показать, что прямые l_1: $x = 2t - 1$, $y = -t + 2$, $z = -t + 3$ и l_2: $x = -t - 1$, $y = 2t + 5$, $z = -t$ пересекаются. Найти точку пересечения.

Ответ: $M(1,\ 1,\ 2)$ (при $t_1 = 1$ на l_1 и при $t_2 = -2$ на l_2).