

Занятие 12 для групп Д1–01, Д1–02, Д1–03, Д1–04

Тема занятия: прямая в пространстве

1007. Составить канонические уравнения прямых, проходящих через точку $M_1(2, 0, -3)$ параллельно: 1) вектору $\vec{a} = \{2; -3; 5\}$; 2) прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}$; 3) оси Ox .

Ответ: 1) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$; 2) $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$; 3) $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{0}$.

1009^M. Составить параметрические уравнения прямых, проходящих через точку $M_1(1, 2, 3)$ параллельно: 1) вектору $\vec{a} = \{2; -3; 4\}$; 2) прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{0}$; 3) прямой $x = 3t - 1, y = -2t + 3, z = 5t + 2$.

Ответ: 1) $x = 2t + 1, y = -3t + 2, z = 4t + 3$; 2) $x = 2t + 1, y = 4t + 2, z = 3$; 3) $x = 3t + 1, y = -2t + 2, z = 5t + 3$.

1035. Составить уравнение движения точки $M(x; y; z)$, которая, двигаясь прямолинейно и равномерно, прошла расстояние от точки $M_1(-7; 12; 5)$ до точки $M_2(9; -4; -3)$ за промежуток времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 4$.

Ответ: $x = 4t - 7, y = -4t + 12, z = -2t + 5, 0 \leq t \leq 4$.

1011. Через точки $M_1(-6, 6, -5)$ и $M_2(12, -6, 1)$ проведена прямая. Найти точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

Ответ: $(9, -4, 0), (3, 0, -2), (0, 2, -3)$.

1013. Даны вершины треугольника $A(3; -1; -1), B(1; 2; -7), C(-5; 14; -3)$. Составить каноническое уравнение биссектрисы его внутреннего угла при вершине¹ B .

Ответ: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+7}{8}$.

1019. Составить канонические уравнения прямых:

$$1) \quad l : \begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0; \end{cases} \quad 2) \quad l : \begin{cases} 5x + y + z = 0, \\ 2x + 3y - 2z + 5 = 0. \end{cases}$$

Ответ:² 1) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$; 2) $\frac{x}{-5} = \frac{y+1}{12} = \frac{z-1}{13}$.

I. Показать, что прямые $l_1: x = 2t - 1, y = -t + 2, z = -t + 3$ и $l_2: x = -t - 1, y = 2t + 5, z = -t$ пересекаются. Найти точку пересечения.

Ответ: $M(1, 1, 2)$ (при $t_1 = 1$ на l_1 и при $t_2 = -2$ на l_2).

II. Найти расстояние между скрещивающимися прямыми $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-4}$ и $l_2: \frac{x-3}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{2}$. Составить параметрическое уравнение их общего перпендикуляра.

Ответ: $\text{dist}(l_1, l_2) = 3$; перпендикуляр $x = 2t + 1, y = -2t - 1, z = t - 1, 0 \leq t \leq 1$, соединяет точки $P_1(1, -1, -1) \in l_1$ и $P_2(3, -3, 0) \in l_2$.

1029. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $M_1(-1; 2; -3)$ перпендикулярно к вектору $\vec{a} = \{6; -2; -3\}$ и пересекает прямую $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}$.

Ответ: $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}$.

¹ В задачнике **Д.В. Клетеника** в этом номере опечатка: требуется найти уравнения биссектрисы при вершине C , хотя ответ дан для вершины B .

² Ответ может отличаться, если взять другую точку на прямой или другой коллинеарный направляющий вектор.

Д/з 12 для групп Д1–01, Д1–02, Д1–03, Д1–04

1008. Составить канонические уравнения прямых, проходящих через заданные точки:

1) $(1, -2, 1)$ и $(3, 1, -1)$; 2) $(3, -1, 0)$ и $(1, 0, -3)$; 3) $(0, -2, 3)$ и $(3, -2, 1)$.

Ответ: 1) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}$; 2) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$; 3) $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{-2}$.

1010. Составить параметрические уравнения прямых, проходящих через заданные точки:

1) $(3, -1, 2)$ и $(2, 1, 1)$; 2) $(1, 1, -2)$ и $(3, -1, 0)$; 3) $(0, 0, 1)$ и $(0, 1, -2)$.

Ответ: 1) $x = t + 2$, $y = -2t + 1$, $z = t + 1$; 2) $x = t + 3$, $y = -t - 1$, $z = t$;
3) $x = 0$, $y = t$, $z = -3t + 1$.

1012. Даны вершины треугольника $A(3; 6; -7)$, $B(-5; 2; 3)$, $C(4; -7; -2)$. Составить параметрическое уравнение его медианы, проведённой из вершины C .

Ответ: $x = -5t + 4$, $y = 11t - 7$, $z = -2$.

1016. Указать общее выражение направляющего вектора \vec{a} прямой

$$l : \begin{cases} 2x - 5y + z - 3 = 0, \\ x + 2y - z + 2 = 0. \end{cases}$$

Ответ: $\vec{a} = \{\lambda; \lambda; 3\lambda\}$, где λ — любое число, не равное нулю.

1020. 1) Составить параметрическое уравнение прямой:

$$l : \begin{cases} 2x + 3y - z - 4 = 0, \\ 3x - 5y + 2z + 1 = 0. \end{cases}$$

Ответ: $x = t + 1$, $y = -7t$, $z = -19t - 2$.

984. Найти точки пересечения прямой

$$l : \begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0, \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

с координатными плоскостями.

Ответ: $(2, -1, 0)$, $(\frac{4}{3}, 0, -\frac{1}{3})$, $(0, 2, -1)$.

1022. 1) Доказать перпендикулярность прямых:

$$l_1 : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3} \quad \text{и} \quad l_2 : \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0, \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0. \end{cases}$$

1026. Доказать, что прямые l_1 : $x = 2t - 3$, $y = 3t - 2$, $z = -4t + 6$ и l_2 : $x = t + 5$, $y = -4t - 1$, $z = t - 4$ пересекаются. Найти точку пересечения.

Ответ: $P = P(3, 7, -6)$ (при $t_1 = 3$ на l_1 и при $t_2 = -2$ на l_2).