

Занятие 5 для групп Д1–01, Д1–02, Д1–03, Д1–04

Тема занятия: действия с векторами ¹

761. По заданным векторам \vec{a} и \vec{b} построить следующие векторы:

$$1) \vec{a} + \vec{b}; \quad 2) \vec{a} - \vec{b}; \quad 3) \vec{b} - \vec{a}; \quad 4) -\vec{a} - \vec{b}.$$

773. В параллелепипеде $ABCD A' B' C' D'$ даны векторы, совпадающие с ребрами:

$\vec{AB} = \vec{m}$, $\vec{AD} = \vec{n}$, $\vec{AA'} = \vec{p}$. Построить следующие векторы:

$$1) \vec{m} + \vec{n} + \vec{p}; \quad 2) \vec{m} + \vec{n} + \frac{1}{2}\vec{p}; \quad 3) \frac{1}{2}\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n} + \vec{p}; \quad 4) \vec{m} + \vec{n} - \vec{p}; \quad 5) -\vec{m} - \vec{n} + \frac{1}{2}\vec{p}.$$

729. Доказать, что треугольник с вершинами $A_1(3; -1; 6)$, $A_2(-1; 7; -2)$, $A_3(1; -3; 2)$ является прямоугольным.

735. Даны вершины треугольника $M_1(3; 2; -5)$, $M_2(1; -4; 3)$, $M_3(-3; 0; 1)$. Найти середины его сторон.

Ответ: $(2; -1; -1)$, $(-1; -2; 2)$, $(0; 1; -2)$.

765. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = 60^\circ$, причем $|\vec{a}| = 5$ и $|\vec{b}| = 8$. Найти величины $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Ответ: $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{129}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$.

777. Пусть $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$ и $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$. Определить, при каких значениях α, β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны.

Ответ: $\alpha = 4$, $\beta = -1$.

781. Найти орт вектора $\vec{a} = \{3; 4; -12\}$.

Ответ: $\vec{e} = \left\{ \frac{3}{13}; \frac{4}{13}; -\frac{12}{13} \right\}$.

787. На плоскости даны два вектора $\vec{p} = \{2; -3\}$, $\vec{q} = \{1; 2\}$. Найти разложение вектора $\vec{a} = \{9; 4\}$ по базису \vec{p}, \vec{q} .

Ответ: $\vec{a} = 2\vec{p} + 5\vec{q}$.

789. Даны три вектора $\vec{a} = \{3; -1\}$, $\vec{b} = \{1; -2\}$, $\vec{c} = \{-1; 7\}$. Определить разложение вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ по базису \vec{a}, \vec{b} .

Ответ: $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

771. Пусть O – точка пересечения медиан в треугольнике ABC . Доказать, что

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 0.$$

¹Задачи взяты из книги **Д.В. Клетеник** *Сборник задач по аналитической геометрии*//Санкт-Петербург, Специальная литература, 1998.

Д/з 5 для групп Д1-01, Д1-02, Д1-03, Д1-04

766. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = 120^\circ$, причем $|\vec{a}| = 3$ и $|\vec{b}| = 5$. Найти величины $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Ответ: $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$.

770. В треугольнике ABC даны векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ и $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$. Построить следующие векторы:

$$1) \frac{\vec{m} + \vec{n}}{2}; \quad 2) \frac{\vec{m} - \vec{n}}{2}; \quad 3) \frac{\vec{n} - \vec{m}}{2}; \quad 4) -\frac{\vec{m} - \vec{n}}{2}.$$

Принимая в качестве масштабной единицы $\frac{1}{2}|\vec{n}|$, построить также векторы:

$$5) |\vec{n}| \vec{m} + |\vec{m}| \vec{n}; \quad 6) |\vec{n}| \vec{m} - |\vec{m}| \vec{n}.$$

776. Проверить коллинеарность векторов $\vec{a} = \{2; -1; 3\}$ и $\vec{b} = \{-6; 3; -9\}$. Установить, какой из них длиннее, во сколько раз, и как они направлены – в одну или в противоположные стороны.

Ответ: Вектор \vec{b} длиннее вектора \vec{a} в 3 раза. Они направлены в противоположные стороны.

778. Проверить, что четыре точки $A(3; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-1; 1; -3)$, $D(3; -5; 3)$ служат вершинами трапеции.

784. Два вектора $\vec{a} = \{2; -3; 6\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; -2\}$ приложены к одной точке. Определить координаты вектора \vec{c} , направленного по биссектриссе угла между векторами \vec{a} и \vec{b} , при условии, что $|\vec{c}| = 3\sqrt{42}$.

Ответ: $\vec{c} = \{-3; 15; 12\}$.

788. На плоскости даны три вектора $\vec{a} = \{3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 1\}$ и $\vec{c} = \{7; -4\}$. Определить разложение каждого из этих трех векторов, принимая в качестве базиса два других.

Ответ: $\vec{a} = 2\vec{b} + \vec{c}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

736. Даны вершины треугольника $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -6)$, $C(-5; 0; 2)$. Вычислить длину его медианы, проведенной из вершины A .

Ответ: 7.