Семинар № 11 по ТФКП для Ф–5

Подготовка к контрольной работе № 2.

Вычисление главных значений несобственных интегралов от функций с полюсами на $\mathbb{R}$. Воспользоваться результатом № 4.153 (и утверждениями 11.1, 11.2 электронной версии лекций, стр. 100 и 101).

В ауд. № **4.155**, 4.156, 4.157, **4.132**.

I. *Найти главное значение интеграла:*

а) $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\,dx}{x^3-1}$; б) $\displaystyle\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^2\,dx}{x^4-1}$; в) $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+2i)\,dx}{x^2+(1-i)x-i}$.

Ответы: а) $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{6}$, б) $\dfrac{\pi}{4}$, в) $\dfrac{\pi(-3+13i)}{6}$.

Подготовка к К.Р. № 2. № 4.4, 4.10, 4.11, 4.18,

II. *Найти все изолированные особые точки и определить их тип:*

а) $f(z) = \sin\dfrac{1}{z^2-1} + \dfrac{1-e^z}{\operatorname{sh} z}$;

б) $f(z) = \dfrac{z}{\sin\frac{1}{z}} + \dfrac{\sin 2z}{z^2(1-\cos z)}$.

Ответы: а) $z=\pm 1$ – существенно особые точки, $z=\pi(2k+1)$ $(k\in\mathbb{Z})$ – полюсы порядка 1, $z=2\pi k$ $(k\in\mathbb{Z})$ – устранимые особые точки, $z=\infty$ – точка накопления особых точек;

б) $z=0$ – существенно особая точка, $z=\dfrac{\pi k}{2}$ при $k=4m$ $(m\in\mathbb{Z})$ – полюсы порядка 1, при $k\neq 4m$ $(k\in\mathbb{Z})$ – полюсы порядка 2, $z=\infty$ – точка накопления полюсов.

4.118, 4.120, 4.121, 4.131, 4.154, 4.158, 4.160, 4.161.

III. *Найти главное значение интеграла:*

а) $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\,dx}{x^4-1}$; б) $\displaystyle\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{dx}{x^4+1}$; в) $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x-a)(x-b)}$, $b>a$, $a,b\in\mathbb{R}$.

Ответы: а) 0, б) $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{4}$, в) 0.