

Обязательные вопросы к коллоквиуму

по курсу «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» I семестр

Лектор: Селиванова С.Г.

◇ Действительные и комплексные числа

1. Точная верхняя (нижняя) грань числового множества, ограниченного сверху (снизу), её существование.
2. Комплексные числа, различные формы их записи. Возведение в целую степень и извлечение корня из комплексного числа.

◇ Предел последовательности

3. Последовательность и предел последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
4. Сходимость суммы, произведения и частного двух сходящихся последовательностей. Сходимость последовательности модулей сходящейся последовательности.
5. Предельный переход в неравенствах. Теорема о трёх последовательностях (о пределе промежуточной последовательности).
6. Свойства последовательности стягивающихся отрезков.
7. Сходимость ограниченной монотонной последовательности. Предел монотонной последовательности. Подпоследовательность последовательности, расходящейся к ∞ .
8. Число « e » как предел последовательности. Натуральные логарифмы.
9. Подпоследовательность сходящейся последовательности.
10. Теорема Больцано–Вейерштрасса.
11. Критерий О. Коши существования предела числовой последовательности.

◇ Предел функции

12. Два определения предела функции в точке, теорема об их эквивалентности.
13. Критерий О. Коши существования предела функции в точке.
14. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Сохранение знака функции, имеющей ненулевой предел.
15. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
16. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$.
17. Сравнение функций. Символы « O » и « o », асимптотическое равенство (эквивалентность) функций. Достаточные условия того, чтобы функции $f(x)$ и $g(x)$ имели одинаковый порядок. Критерий эквивалентности.

◇ Непрерывность. Свойства непрерывных функций

18. Определение непрерывности функции в точке. Непрерывность суммы, произведения, частного двух непрерывных функций.
19. Классификация точек разрыва функции.
20. Понятие сложной функции. Теорема о достаточных условиях непрерывности сложной функции.

21. Теорема о нуле и теорема О. Коши о промежуточных значениях непрерывной функции.
22. Теорема об ограниченности функции, непрерывной на отрезке.
23. Теорема о достижении точных граней функцией, непрерывной на отрезке.
24. Непрерывность монотонной функции.
25. Понятие равномерной непрерывности функции на множестве. Теорема Г. Кантора о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.