1. Упражнения

Пример 1.1. *Опровергнуть:*

а) Все параллельные прямые не пересекаются, $a \nparallel b$, значит a и b пересекаются.

б) Все параллельные прямые не пересекаются, a и b не пересекаются, значит $a \parallel b$.

в) $A \Rightarrow B$, значит $B \Rightarrow A$.

г) Все студенты – люди. Вася – человек. Значит, Вася – студент.

д) Люди не летают. Люди – не деревья. Значит, деревья летают.

Пример 1.2. *Найти ошибку в рассуждении:*

а) Площадь квадрата равна a^2, значит, площади всех квадратов равны.

б) Если равны половины, то равны и целые. Полупустой стакан равен полуполному. Значит, пустой стакан равен полному.

в) – Ах, я лгу? Значит, я вру? Значит, я брешу? Мама, он обозвал меня собакой!

Пример 1.3. *Построить силлогизмы по паре посылок:*

а) $B \Rightarrow C$ и $A \Rightarrow B$; **б)** $B \Rightarrow C$ и $\neg A \Rightarrow B$; **в)** $B \Rightarrow C$ и $A \Rightarrow \neg B$; **г)** $B \Rightarrow C$ и $\neg A \Rightarrow \neg B$;

д) $B \Rightarrow C$ и $B \Rightarrow A$; **е)** $B \Rightarrow C$ и $\neg B \Rightarrow A$; **ж)** $B \Rightarrow C$ и $B \Rightarrow \neg A$; **з)** $B \Rightarrow C$ и $\neg B \Rightarrow \neg A$;

и) $A \Rightarrow B$ и $C \Rightarrow B$; **к)** $B \Rightarrow \neg C$ и $\mathfrak{I} \neg B \Rightarrow \neg A$.

Пример 1.4. *Доказать или опровергнуть:*

а) Все люди – братья. Сёстры – не братья. Сёстры – не люди.

б) $A \Rightarrow B$, значит $\neg B \Rightarrow A$.

в) Все параллельные прямые не пересекаются, a и b пересекаются, значит $a \nparallel b$.

г) $A \Rightarrow B, \quad C \Rightarrow \neg B$, значит $C \Rightarrow \neg A$.

д) Все птицы – позвоночные. Все моллюски – беспозвоночные. Значит, моллюски – не птицы.

е) Все птицы – позвоночные. Все моллюски – не птицы. Значит, моллюски – беспозвоночные.

ж) $A \Rightarrow \neg B, \quad B \Rightarrow A$, значит $B \Rightarrow A$.

з) Вася лучше Коли. Лучшее – враг хорошего. Значит, Вася – враг Коли.

и) Вася – враг Коли. Лучшее – враг хорошего. Значит, Вася лучше Коли.

к) $A \Rightarrow B, \quad C \Rightarrow \neg A$, значит $C \Rightarrow \neg B$.

л)* Если ты никого не боишься, значит ты самый страшный.

м) Бьёт, значит любит. (Русская пословица)

н) Ветер дует, потому что деревья качаются.

о) Люди не летают. Деревья не летают. Значит, люди – деревья.

п) Все студенты – умные. Преподаватели – не студенты. Значит, преподаватели – неумные.

Пример 1.5. *Установить, справедливы ли суждения:*

а) чтобы голова не болела, достаточно её отрубить;

б) чтобы голова не болела, необходимо её отрубить;

в) чтобы перейти на следующий курс, достаточно сдать все экзамены на «3»;

г) чтобы перейти на следующий курс, необходимо сдать все экзамены на «3»;

д) чтобы перейти на следующий курс, достаточно сдать все экзамены на «5»;

е) чтобы перейти на следующий курс, необходимо сдать все экзамены на «5»;

ж) чтобы перейти на следующий курс, достаточно сдать все экзамены;

з) чтобы перейти на следующий курс, необходимо сдать все экзамены;

и) чтобы иметь твёрдые знания, достаточно усердно учиться;

к) чтобы иметь твёрдые знания, необходимо усердно учиться;

л) чтобы быть счастливым, достаточно иметь много денег;

м) чтобы быть счастливым, необходимо иметь много денег;

н) чтобы понимать математику, достаточно научиться логике;

о) чтобы понимать математику, необходимо научиться логике.

Пример 1.6. *Для каждого суждения из примера 1.5 построить обратное.*

Пример 1.7. *Заполнить таблицу силлогизмов:*

Посылки №2 ╲ №1	$A = B$ B=A	$A \Rightarrow B$ $\neg B \Rightarrow \neg A$	$B \Rightarrow A$ $\neg A \Rightarrow \neg B$	$B \Rightarrow \neg A$ $A \Rightarrow \neg B$	$\neg A \Rightarrow B$ $\neg B \Rightarrow A$	$\mathfrak{I}\, A \Rightarrow B$ $\mathfrak{I}\, B \Rightarrow A$	$\mathfrak{I}\, \neg A \Rightarrow \neg B$ $\mathfrak{I}\, \neg B \Rightarrow \neg A$	$\mathfrak{I}\, A \Rightarrow \neg B$ $\mathfrak{I}\, \neg B \Rightarrow A$	$\mathfrak{I}\, \neg A \Rightarrow B$ $\mathfrak{I}\, B \Rightarrow \neg A$	$A = \neg B$ $B = \neg A$
$C = B$										
$C \Rightarrow B$										
$B \Rightarrow C$										
$B \Rightarrow \neg C$										
$\neg C \Rightarrow B$										
$\mathfrak{I}\, C \Rightarrow B$										
$\mathfrak{I}\, \neg C \Rightarrow \neg B$										
$\mathfrak{I}\, C \Rightarrow \neg B$										
$\mathfrak{I}\, \neg C \Rightarrow B$										
$C = \neg B$										

Замечание.

В некоторых ячейках вывод невозможен, а в некоторых возможен только при условии, что $\neg B \neq \emptyset$ или, наоборот, при условии $B \neq \emptyset$.
Закрасить жёлтым цветом ячейки, где вывод возможен только при условии, что $\neg B \neq \emptyset$, и зелёным – те, где необходимо, чтобы $B \neq \emptyset$.

Замечание 1.1. Подобной таблицы в литературе я не встречал, она включает силлогизмы всех 4-х фигур и много силлогизмов, ни к одной фигуре не относящихся.

Тем не менее перечисленные законы и приведённые в таблице силлогизмы далеко не исчерпывают всё богатство формальной логики. Мы не будем рассматривать modus ponendo tollens и modus tollendo ponens, касающиеся «исключающего или» и «включающего или», соответственно, и массу других логических структур.[1]

Пример 1.8. *Термины A, B и C имеют традиционные названия. Первый термин силлогизма называется* **субъектом** *(S), второй термин заключения –* **предикатом** *(P), а термин, встречающийся в обеих посылках и отсутствующий в заключении, называется* **средним термином** *(M). Найти в заполненной в предыдущей задаче таблице ячейки, содержащие классические фигуры силлогизмов:*

1-ая фигура:	**2-ая фигура:**	**3-я фигура:**	**4-ая фигура:**
$M \quad P$	$P \quad M$	$M \quad P$	$P \quad M$
$S \quad M$	$S \quad M$	$M \quad S$	$M \quad S$

(Заметим, что в этих схемах символ M может в первой строке (соответствующей первой посылке) обозначать B, а во второй, например, $\neg B$ или $\mathfrak{I}\,B$. То же относится к терминам S и P.)

[1] Для справки:
modus ponendo tollens: $\big($либо A, либо $B\big) \implies \big(A \Rightarrow \neg B\big)$,
modus tollendo ponens: $\big(A$ или $B\big) \implies \big(\neg B \Rightarrow A\big)$, см. [**?**], стр. 197 – 198.